

Будет ли это работать с другими значениями x ? Выберите другое значение, например, 2, и подготовьте несколько цилиндров с таким весом. Повторите процедуру с этими цилиндрами, начиная с $x = x$ на странице 10. Весы снова останутся в равновесии; значит, уравнение верно при $x = 2$. Неважно, сколько раз вы повторите этот процесс с разными значениями переменной – каждый раз весы придут в равновесие. Таким образом, если равенство выполняется для любого значения x , уравнение становится тождеством.

Другая продукция Learning Resources[®] :

- LER 7540 Алгебраическая мозаика[™] набор[™]
- LER 7541 Подвесная алгебраическая мозаика[™] с рабочей тетрадью
- LER 7641 Магнитная алгебраическая мозаика[™]

На нашем сайте Вы сможете оставить отзыв о продукте или найти магазин нашей продукции в вашем регионе.

Компания Learning Resources, Inc., Вернон Хиллз, штат Иллинойс (США) Компания Learning Resources Ltd., Кингз Линн, графство Норфолк (Великобритания) Пожалуйста, сохраните наш адрес на будущее. Сделано в Китае. LRM 7545-GUD

ALGEBRA BALANCE

Алгебраические весы

Авторы Джордж Кунг и Кен Виккиолло

Приступая к работе

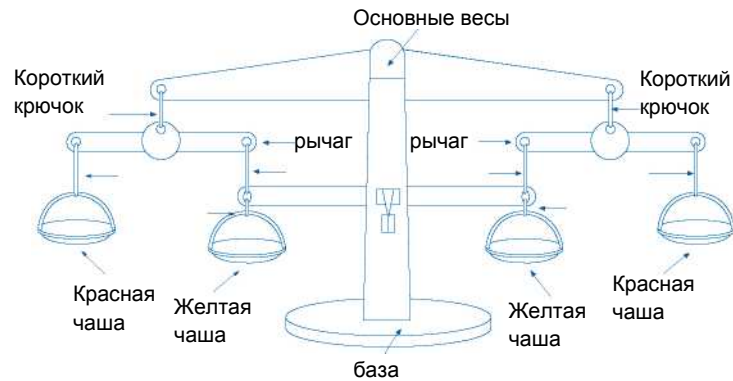
Алгебраические весы — это уникальное пособие, помогающее ученикам освоить понятия алгебры. С ними дети могут сами убедиться в том, что -1 меньше 0 , постигая математику на интерактивных практических занятиях. Дайте своим ученикам побольше времени, чтобы поэкспериментировать с весами. Позвольте им самим научиться с помощью гирь и цилиндров приводить весы в равновесие. Напомните, что нужно дождаться, пока чаши перестанут раскачиваться, прежде чем записывать информацию.

Развивающие материалы обеспечивают экспериментальную основу для развития абстрактных концептов. С помощью алгебраических весов ученики смогут представлять уравнения физически и решать их. По мере обретения уверенности при работе с весами они смогут решать системы линейных уравнений с помощью одних или двух весов одновременно.

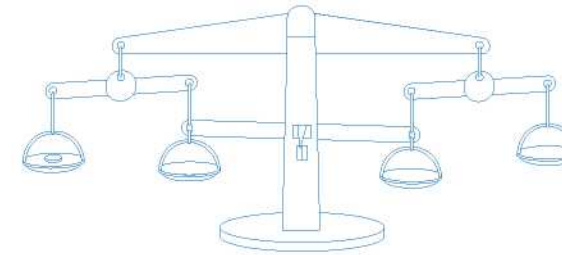
В комплект алгебраических весов включены:

- | | | | |
|---|-------------------|---|------------------|
|  | 4 цилиндра |  | 2 коротких плеча |
|  | 36 гирь |  | 2 длинных плеча |
|  | 2 коротких крючка |  | 1 основные весы |
|  | 2 длинных крючка |  | 1 основание |
|  | 2 желтых чаши |  | 2 рычага |
|  | 2 красных чаши | | |

ОСТОРОЖНО!

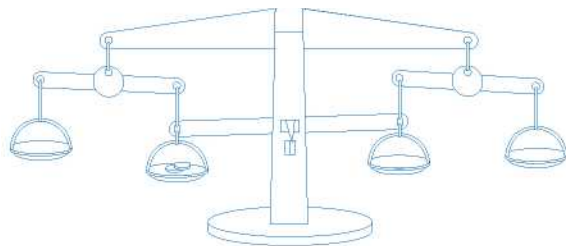


Две внешние чашки (красные) — уникальная особенность алгебраических весов. Положите 1 гирию в левую внешнюю чашку. Сосредоточьтесь пока на двух внутренних чашах и соединяющей их планке и обратите внимание, что левая желтая чаша весов поднимается, как показано на рисунке — она легче, чем другая желтая чаша. Это означает, что правая половина весов тяжелее, и что она представляет 0, так как ее чаши пусты. Левая половина весов выражает отрицательные значения.

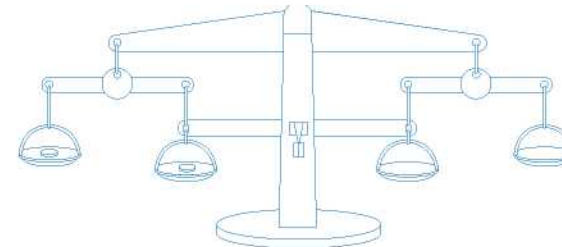


Применение алгебраических весов

Грузы, состоящие из гири и цилиндров, используются для моделирования и положительных и отрицательных чисел и уравнений. Один пустой цилиндр с крышкой весит столько же, сколько одна гиря. Гири, установленные в цилиндры, представляют переменные, или неизвестные величины. Две внутренние чаши (желтые) и планка между ними работают как обычные весы. Если положить груз на одну из чаш, то она станет тяжелее, и планка наклонится в ее сторону, как показано на рисунке ниже. Индикатор указывает на ту сторону, которая легче.



Теперь положите одну гирию в левую желтую чашу. Понаблюдайте, как весы вернутся в состояние равновесия: две гири обозначают ноль. Если назначить первой гире значение n , то весы можно символически представить как $n + 1 = 0 + 0$. Решение этого уравнения, $n = -1$, показывает, что гири на внешних красных чашах весов представляют отрицательные числа, а на внутренних желтых — положительные.



Если поместить одинаковое количество груза на обе внутренние чаши, весы придут в равновесие. Например, в иллюстрациях ниже в каждую внутреннюю чашу положили по 2 гири. Заметьте, что все планки параллельны столу, а индикатор находится строго в центре.

Если вы положите по 2 гири (или по 3, по 4 — сколько угодно) в каждую чашу на левой стороне, весы останутся в равновесии. Эта «равновесная» ситуация символизирует 0.

Ноль можно также обозначить, убрав по 1 гире с каждой чаши на одной стороне весов. В примере выше в таком случае получится $-1 + 1 = 0 + 0$.

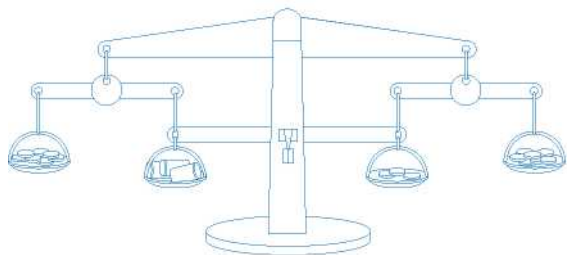
Принцип нуля

Добавление или снятие пары одинаковых грузов на одной стороне весов не влияет на равновесие. Это действие моделирует принцип нуля и представляется математически как $a + -a + 0$.

Любой равный вес, помещенный на две чаши одной стороны весов, обозначает ноль. Эти два равных веса называются противоположными элементами или противоположностями.

Постигая целые числа

Принцип нуля можно использовать для изучения сложения и вычитания целых чисел. Например, найдите значение $-7 + 3$. Начните с модулирования $-7 + 3$ на обеих сторонах весов. На одной стороне с помощью гирь представьте одно число, а с помощью пустых закрытых цилиндров — другое. На правой стороне весов представьте оба числа с помощью гирь. Весы должны прийти в равновесие и выглядеть так:



Левая половина весов представляет задачу и останется нетронутой. Примените принцип нуля к правой части весов, постепенно убирая по 1 гире с каждой чаши до тех пор, пока одна не опустеет. Весы должны оставаться в равновесии и показывать $-7 + 3 = -4$.

Ноль можно также обозначить, убрав по 1 гире с каждой чаши на одной стороне весов. В примере выше в таком случае получится $-1 + 1 = 0 + 0$.

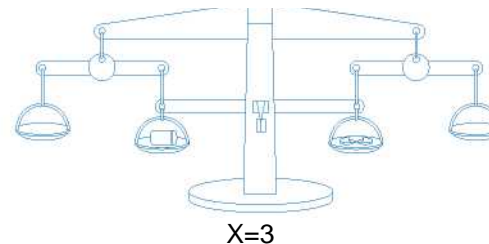
Принцип нуля

Добавление или снятие пары одинаковых грузов на одной стороне весов не влияет на равновесие. Это действие моделирует принцип нуля и представляется математически как $a + -a + 0$.

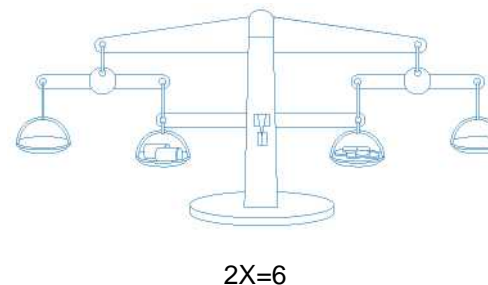
Любой равный вес, помещенный на две чаши одной стороны весов, обозначает ноль. Эти два равных веса называются противоположными элементами или противоположностями.

Постигая целые числа

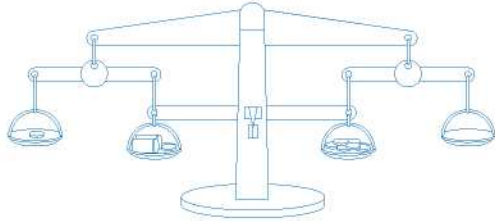
Принцип нуля можно использовать для изучения сложения и вычитания целых чисел. Например, найдите значение $-7 + 3$. Начните с модулирования $-7 + 3$ на обеих сторонах весов. На одной стороне с помощью гирь представьте одно число, а с помощью пустых закрытых цилиндров — другое. На правой стороне весов представьте оба числа с помощью гирь. Весы должны прийти в равновесие и выглядеть так:



Чтобы создать первое эквивалентное равенство, удвойте вес груза в каждой чаше, добавив 1 цилиндр в левую внутреннюю чашу и 3 гири в правую. На чашах весов теперь 2 цилиндра и 6 гирь, и они остаются в равновесии. Это удвоение демонстрирует мультипликативность равенства: если оба члена равенства умножить на одно и то же число, равенство сохраняется. В виде формулы это выражается так: если $a = b$, то $a \times c = b \times c$.

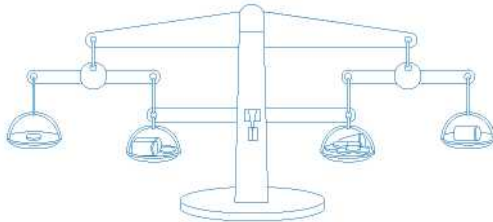


Положите по одной гире в каждую чашу на левой половине весов. Гиря в красной чаше представляет -1 ; гиря в желтой чаше представляет $+1$. Весы снова остаются в равновесии, а выражающее это равенство соответствует $x = 3$. Добавление одного и того же веса на чаши одной части весов иллюстрирует принцип нуля.



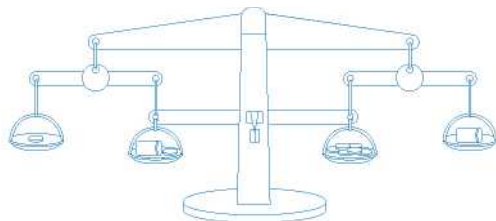
$$-1 + 1 + 2x = 6$$

Снова примените принцип нуля. Добавьте по 1 цилиндру на каждую чашу правой половины весов. Цилиндр в желтой чаше представляет $+x$, цилиндр в красной чаше представляет $-x$. Находятся ли весы в равновесии? Соответствует ли новое уравнение $x = 3$? Совпадают ли ваши весы с весами на рисунке ниже?



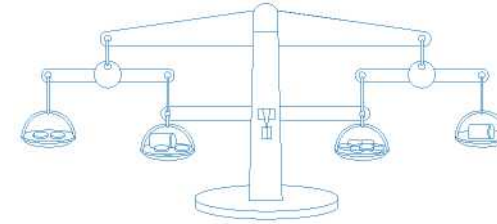
$$-1 + 1 + 2x = 6 + x - x$$

Уберите по 1 цилиндру с обеих внутренних чаш, чтобы прийти к другому равенству. Это доказывает такое свойство равенства, как свойство вычитания: если из двух членов равенства вычитается одно и то же число, равенство сохраняется. В виде формулы это выражается так: если $a = b$, то $a - c = b - c$.



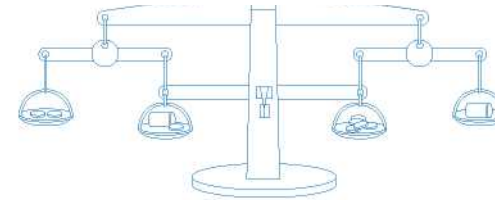
$$-1 + 1 + x = 6 - x$$

Снова измените равенство. Добавьте по 1 гире к каждой чаше слева (еще одно применение Принципа нуля), чтобы представить $-2 + 2 + x = 6 - x$.



$$-2 + 2 + x = 6 - x$$

Наконец, уберите по 1 гире с обеих внутренних чаш. Находятся ли весы в равновесии? Иллюстрируют ли они уравнение $-2 + 1 + x = 5 - x$?



$$-2 + 1 + x = 5 - x$$

К $x = 3$ можно придумать еще много эквивалентных уравнений, которые не упомянуты выше. Например, вместо удвоения, описанного на странице 6, можно было начать с $x = 3$ и добавить по 2 гири в каждую красную чашу. Это приводит к равенству, потому что весы остаются в равновесии, и выражает добавление -2 к обеим частям уравнения, что демонстрирует свойство сложения: если $a = b$, то $a + c = b + c$.

Попытайтесь создать свою собственную цепь эквивалентных уравнений. Начните с другого равенства, например, с $x = 4$ или $x + 1 = 5$.

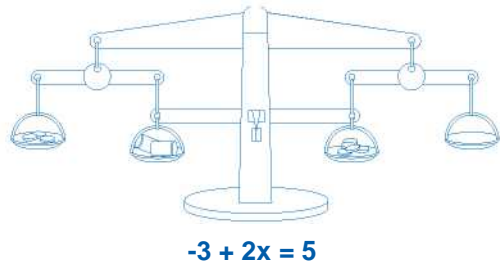
Решение линейных уравнений

Процедура решения линейного уравнения с помощью алгебраических весов такая же, как при построении эквивалентных линейных уравнений. Благодаря Принципу нуля и свойствам сложения / вычитания и умножения в результате всех манипуляций с цилиндрами и гирями весы остаются в равновесии.

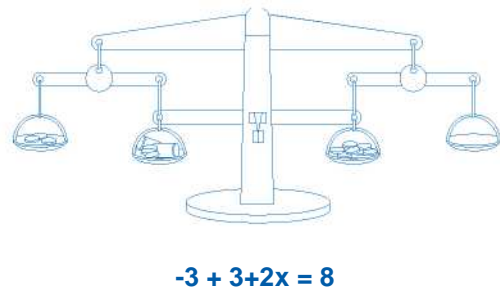
Разница в том, что для решения уравнения нужен партнер. Один (преподаватель, ученик, команда) выбирает уравнение, решение которого известно, и тайно наполняет цилиндры гирями. Другой (решающий уравнение с помощью весов) получает уравнение, гири и цилиндры с гирями.

Вот наглядный пример. Допустим, вам нужно решить уравнение $2x - 3 = 5$ с помощью весов. Вы располагаете несколькими гирями и закрытыми цилиндрами с некоторым неизвестным вам количеством гирь внутри.

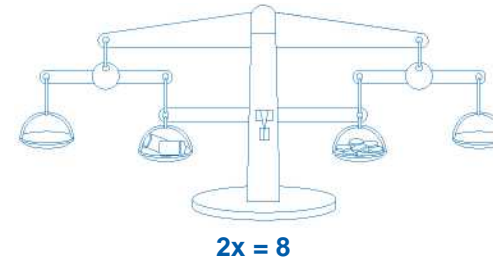
Сначала нагрузите весы, как показано на рисунке ниже. Положите 3 гири во внешнюю левую чашу (красную) и 2 цилиндра во внутреннюю левую (желтую). На другой стороне весов положите только 5 гирь в желтую чашу.



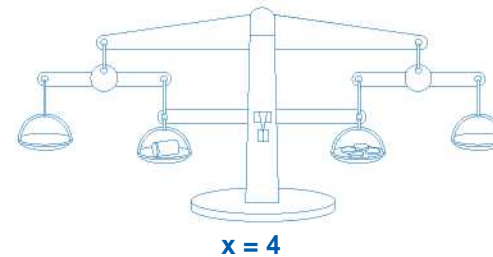
Чтобы решить уравнение, вам необходимо сделать так, чтобы все цилиндры оказались на одной стороне весов, а гири — на другой, то есть убрать гири с левой стороны весов. Просто убрать и не получится, потому что тогда весы выйдут из равновесия. Вместо этого добавьте по 3 гири на желтые чаши весов (применение принципа сложения).



Затем уберите по 3 гири с чаш на левой стороне весов (применяя Принцип нуля). Теперь переменные находятся на одной стороне весов, а постоянные — на другой. Весы находятся в равновесии и показывают, что $2x = 8$.



Следующий шаг — оставить на левых чашах весов только 1 цилиндр. Для этого уберите половину содержимого с обеих чаш: 1 цилиндр с одной и 4 гири с другой. Вы только что применили свойство мультипликации, умножив каждый член уравнения на 2.



Уравнение решено. Чтобы проверить решение, откройте цилиндр и сосчитайте гири. Цилиндр с крышкой и 3 гири внутри — это 4.

Если это возможно, записывайте на бумаге все, что вы делаете на весах.

Вот как можно записать шаги, которые вы только что проделали:

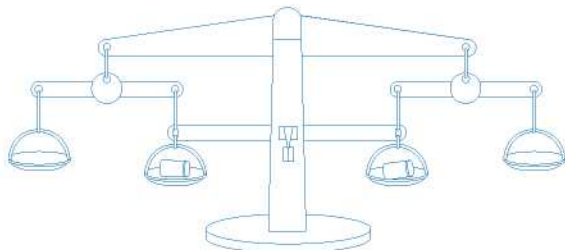
$$\begin{aligned} -3 + 2x &= 5 \\ -3 + 3 + 2x &= 5 + 3 \\ 2x &= 8 \\ 2x &= 8 \\ \frac{2}{2} &= \frac{8}{2} \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Моделирование тождества

Алгебраические весы можно использовать и для моделирования тождеств. Процесс подобен тому, с помощью которого мы моделировали равенство. Тождество в одной переменной, x , — это уравнение, при котором равенство соблюдается при любом значении x . В процессе моделирования линейного уравнения на алгебраических весах на первом шаге использовалось значение x . Если значение x не используется в моделировании, получившееся уравнение является тождеством. Это представлено добавлением или снятием на весах 2 цилиндров. Таким образом, цилиндр, представляющий x , никогда не используется для достижения равновесия..

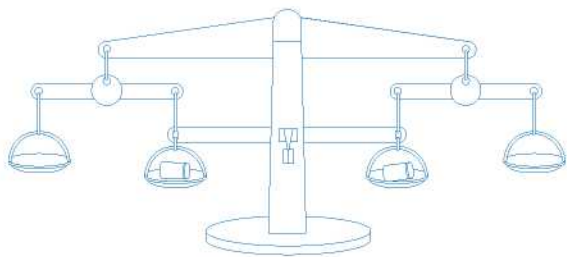
Для начала выберите значение переменной. Например, пусть $x = 4$. Подготовьте несколько цилиндров со значением 4. Так как вес каждого цилиндра с крышкой соответствует весу 1 гири, положите по 3 гири в каждый цилиндр.

Положите 1 цилиндр в левую внутреннюю (желтую) и 1 — в правую (желтую) чаши. Весы находятся в равновесии.



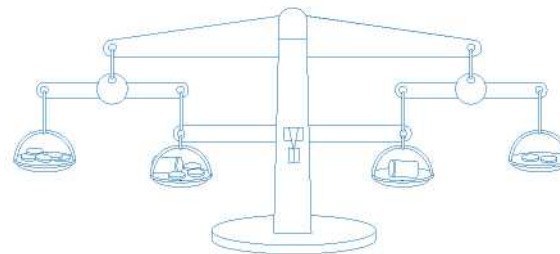
$$x = x$$

А теперь примените Принцип нуля, добавив по 3 гири на каждую чашу весов слева. Весы остаются в равновесии.



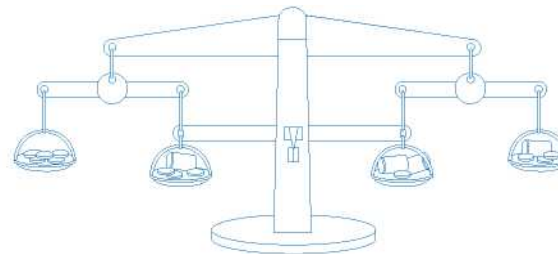
$$-3 + x + 3 = x$$

Примените свойство сложения, добавив по 2 гири на внешние чаши весов. Это тождество записывается как $-5 + x + 3 = x - 2$.



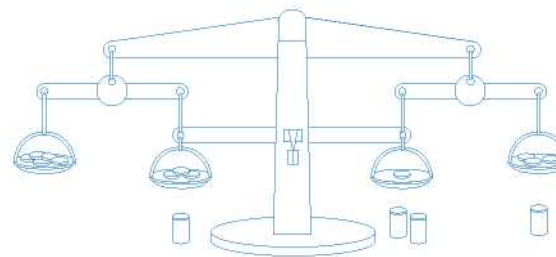
$$-5 + x + 3 = x - 2$$

Вы можете тренироваться в применении Принципа нуля, свойств сложения и умножения сколько угодно. Предположим, что вы пришли к следующей ситуации.



$$-5 + x + 3 = 2x + 1 - x - 3$$

Чтобы доказать, что это тождество, уберите по одной гире (переменная x) с чаш весов, и положите их каждую под своей чашей. Весы останутся в равновесии и будут показывать, что уравнение справедливо при $x = 0$. Уравнение также решается при $x = 4$ (это и было первоначальным значением цилиндров).



$$-5 + 3 = 1 - 3$$